

هوش مصنوعی

مسائل ارضای محدودیت



ارضای محدودیت (CSP) چیست؟

- مجموعه متناهی از متغیرها؛ $X_1, X_2, \dots, X_n$
- مجموعه متناهی از محدودیتها؛ $C_1, C_2, \dots, C_m$
- دامنه های ناتهی برای هر یک از متغیرها؛ $D_{X_1}, D_{X_2}, \dots, D_{X_n}$
- هر محدودیت C_i زیرمجموعه ای از متغیرها و ترکیبهای ممکن از مقادیر برای آن زیرمجموعه ها
- هر حالت با انتساب مقادیری به چند یا تمام متغیرها تعریف میشود.
- انتسابی که هیچ محدودیتی را نقض نکند، انتساب سازگار نام دارد.
- انتساب **کامل** آن است که هر متغیری در آن باشد.

راه حل CSP یک انتساب کامل است اگر تمام محدودیتها را برآورده کند.

◆ نمایش حالتها در CSP از الگوی استاندارد پیروی می‌کند.

◆ برای CSP میتوان فرمول بندی افزایشی ارائه کرد:

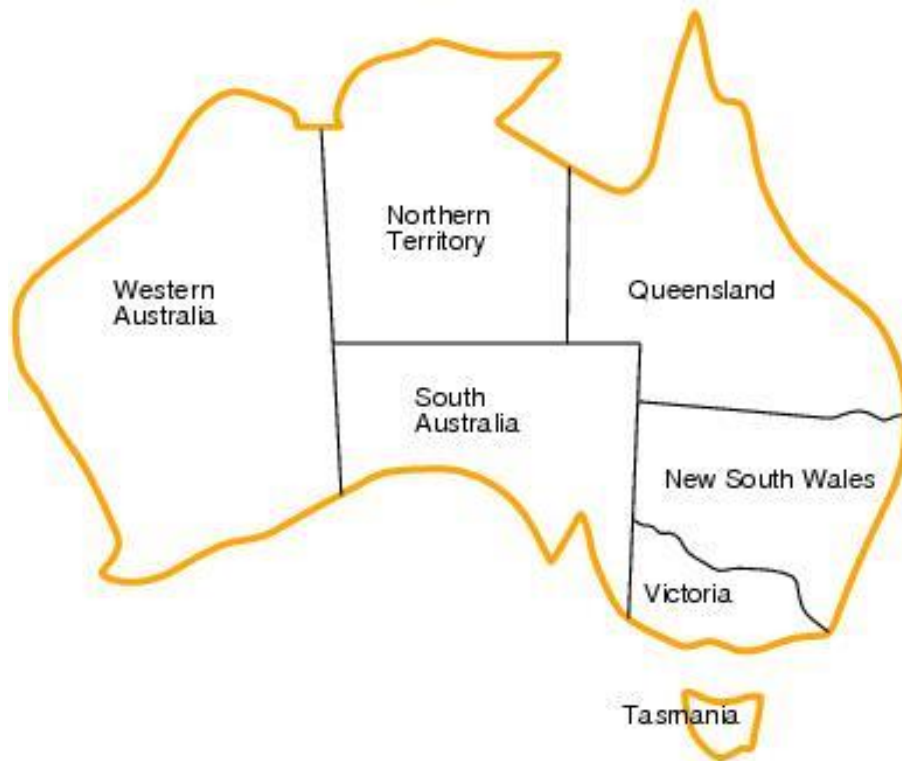
◆ حالت اولیه: انتساب خالی {} که در آن، هیچ متغیری مقدار ندارد.

◆ تابع جانشین: انتساب یک مقدار به هر متغیر فاقد مقدار، به شرطی که با متغیرهایی که قبلاً مقدار گرفتند، متضاد نباشند.

◆ آزمون هدف: انتساب فعلی کامل است.

◆ هزینه مسیر: هزینه ثابت برای هر مرحله.

مثال CSP: رنگ آمیزی نقشه



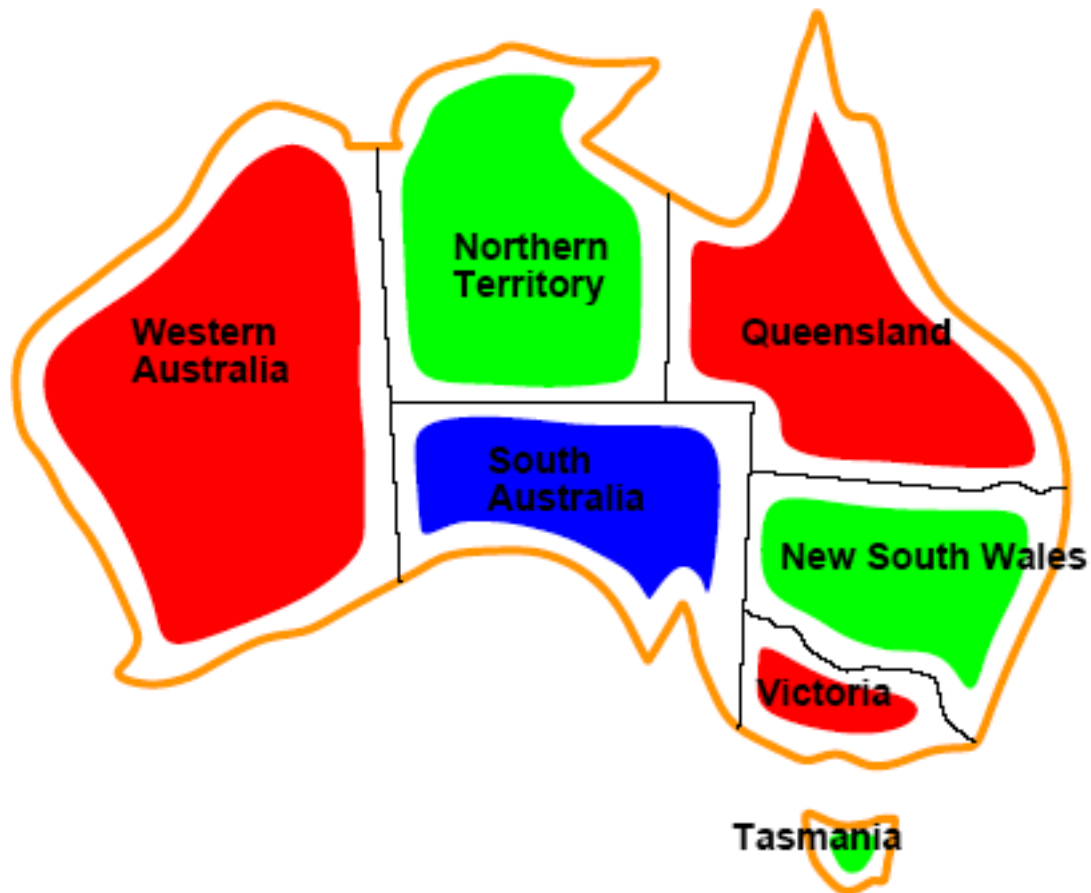
متغیرها: WA, NT, Q, NSW, V, SA, T

دامنه: $D_i = \{\text{آبی, سبز, قرمز}\}$

محدودیتها: دو منطقه مجاور، هم رنگ نیستند.

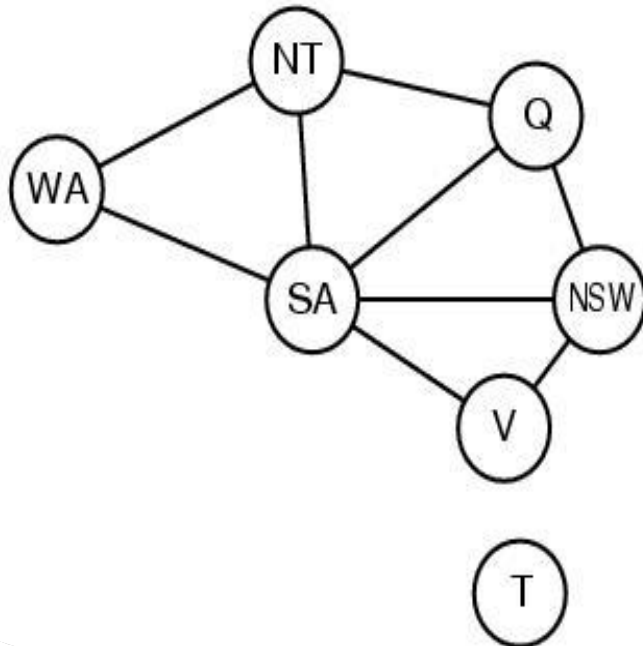
مثال: $WA \neq NT$ یعنی (WA, NT) عضو

$\{(\text{قرمز, سبز}), (\text{قرمز, آبی}), (\text{سبز, قرمز}), (\text{سبز, آبی}), (\text{آبی, قرمز}), (\text{آبی, سبز})\}$



راه حل انتساب مقادیری است که محدودیتها را نقض نکند.

گراف محدودیت



در گراف محدودیت:

گره ها: متغیرها.

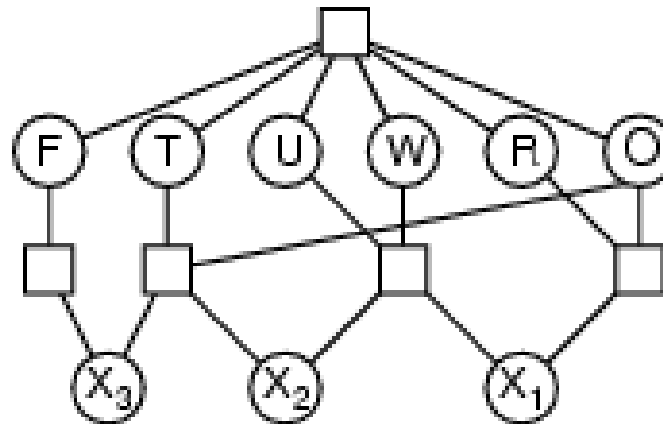
یالها: محدودیتها.

گراف برای ساده تر کردن

جست و جو بکار می رود.

مثال CSP: رمزنگاری

$$\begin{array}{r}
 T \ W \ O \\
 + \ T \ W \ O \\
 \hline
 F \ O \ U \ R
 \end{array}$$

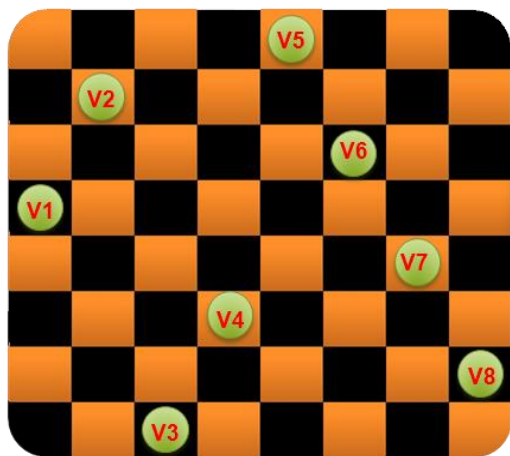


متغیرها: $F, T, U, W, R, O, X_1, X_2, X_3$ دامنه: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

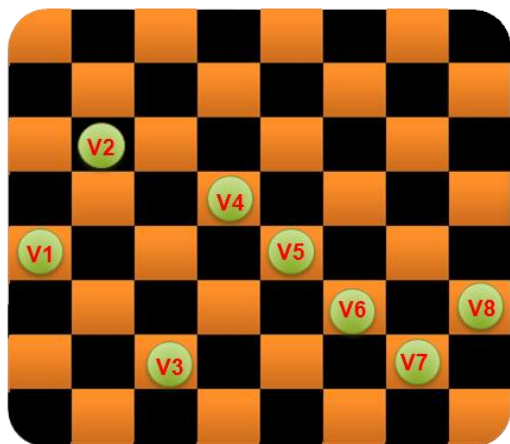
محدودیتها: F, T, U, R, O, W مخالفند $O + O = R + 10 \cdot X_1 - \dots$

ساده ترین نوع CSP زمانی می شود که متغیرها گسسته و دامنه آنها متناهی باشد .

مثال : در هشت وزیر متغیرها $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_8\}$ و دامنه $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ می باشد

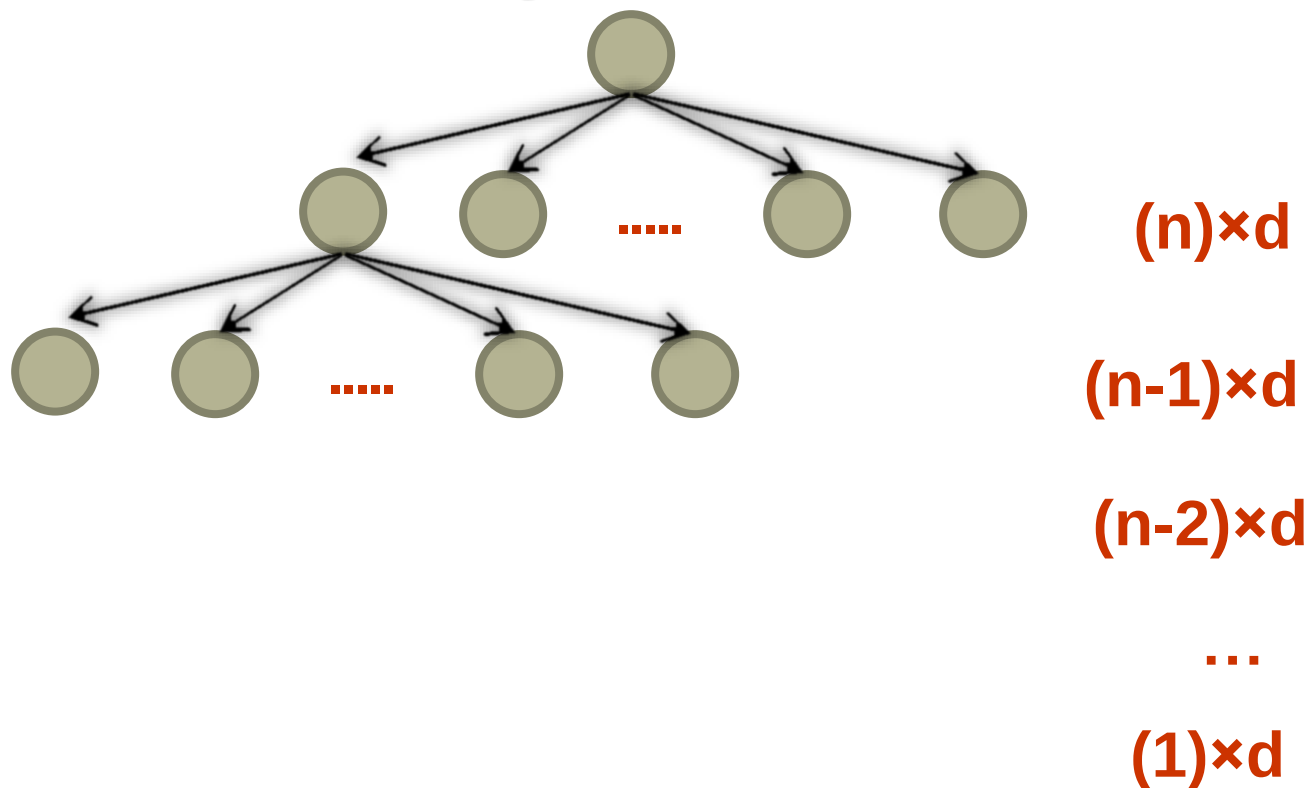


$\{ v_1=4 , v_2=2 , v_3=8 , v_4=6 , v_5=1 , v_6=3 , v_7=5 , v_8= 7 \}$



$\{ v_1=5 , v_2=3 , v_3=7 , v_4=4 , v_5=5 , v_6=6 , v_7=7 , v_8= 6 \}$

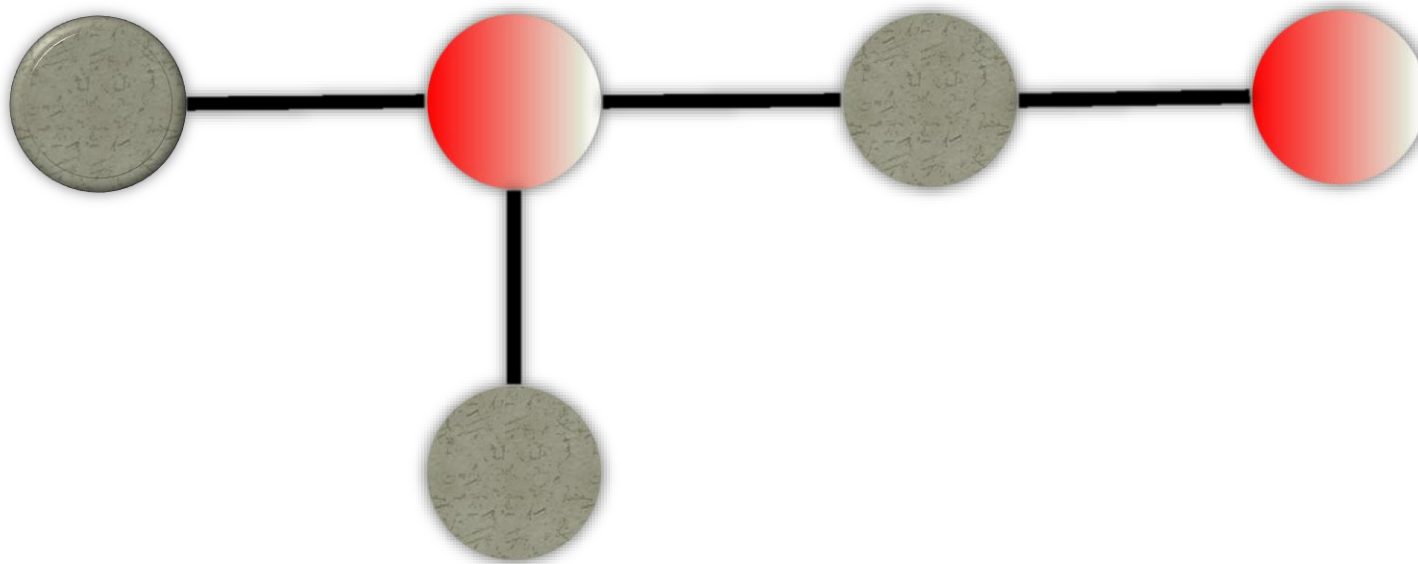
نشان دهید که اگر جستجوی عرضی را روی یک مسئله CSP پیاده سازی کنیم در بدترین حالت تعداد گره های ایجاد شده $O(n! \times d^n)$ است. در حالی که مسئله فقط با d^n انتساب کامل است؟



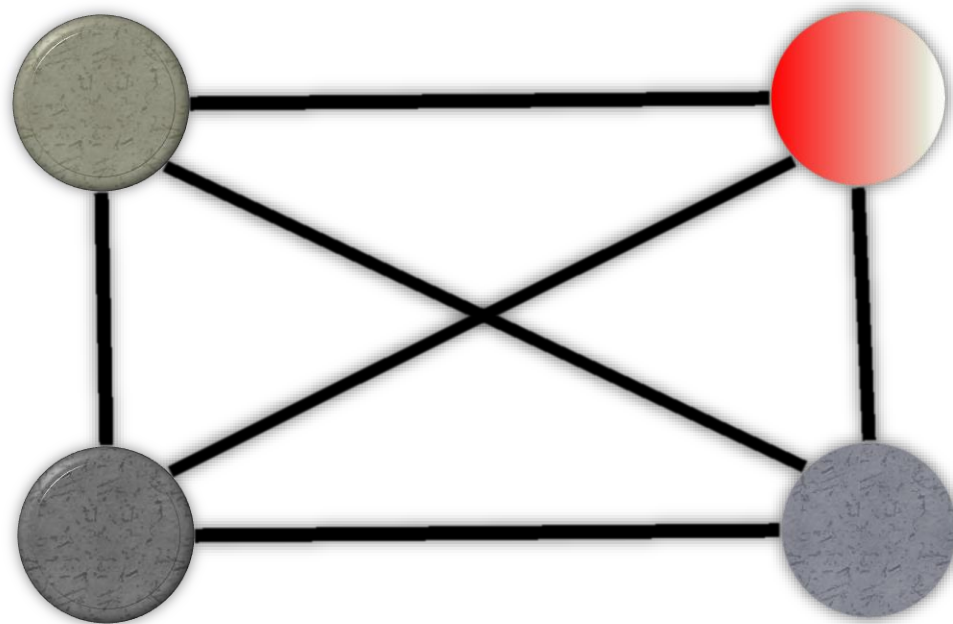
$$(n \times d) \times ((n-1) \times d) \times \dots \times 1 \times d = n! \times d^n$$

توجه داریم که در اینجا d تعداد دامنه و n تعداد متغیر است.

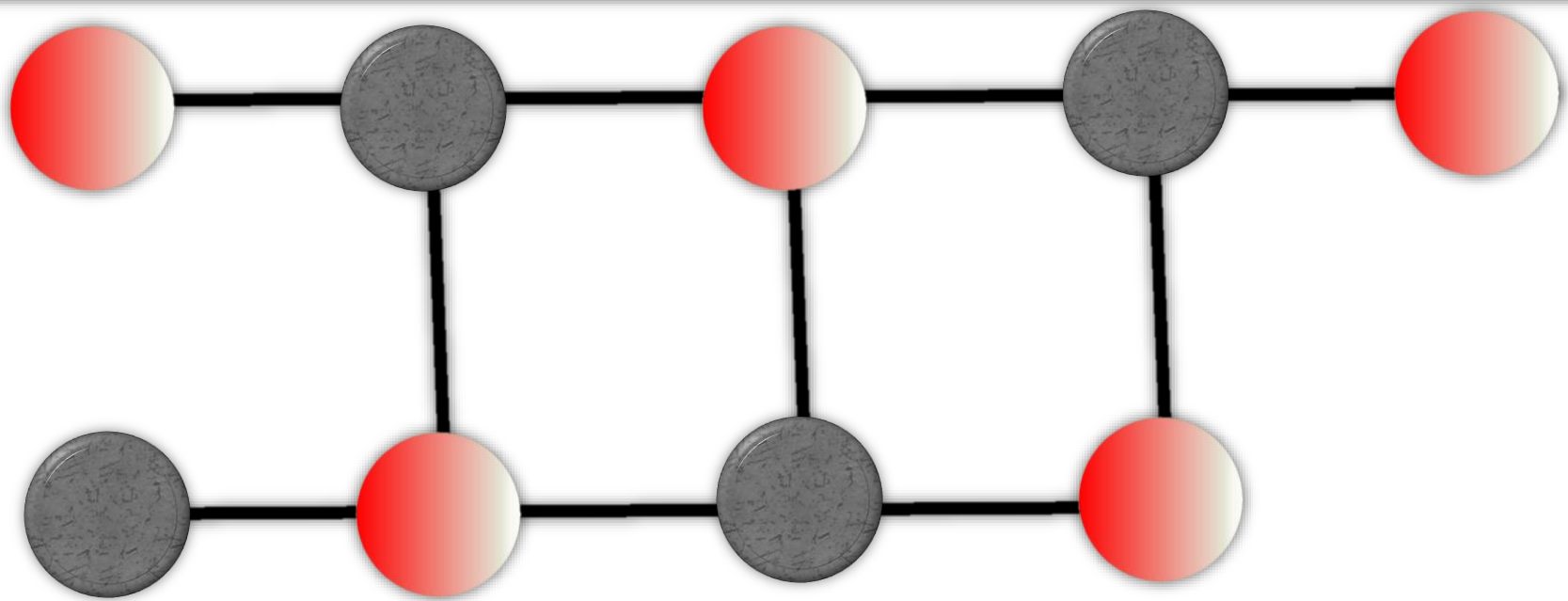
قضیه ۱: برای رنگ آمیزی درخت دو رنگ کافی است



قضیه ۲: برای رنگ آمیزی گراف کامل با n راس به n رنگ نیاز است



قضیه ۳: گرافی که فقط دورهایی به طول زوج داشته باشد با دو رنگ، رنگ
میشود.



جست و جوی عقبگرد برای CSP

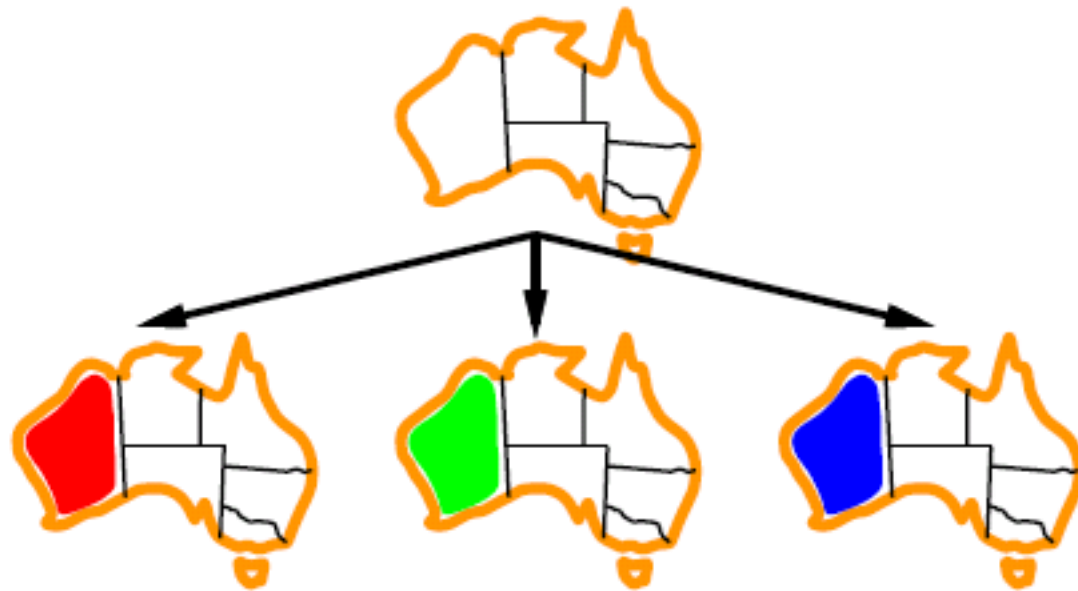
➤ جست و جوی عمقی.

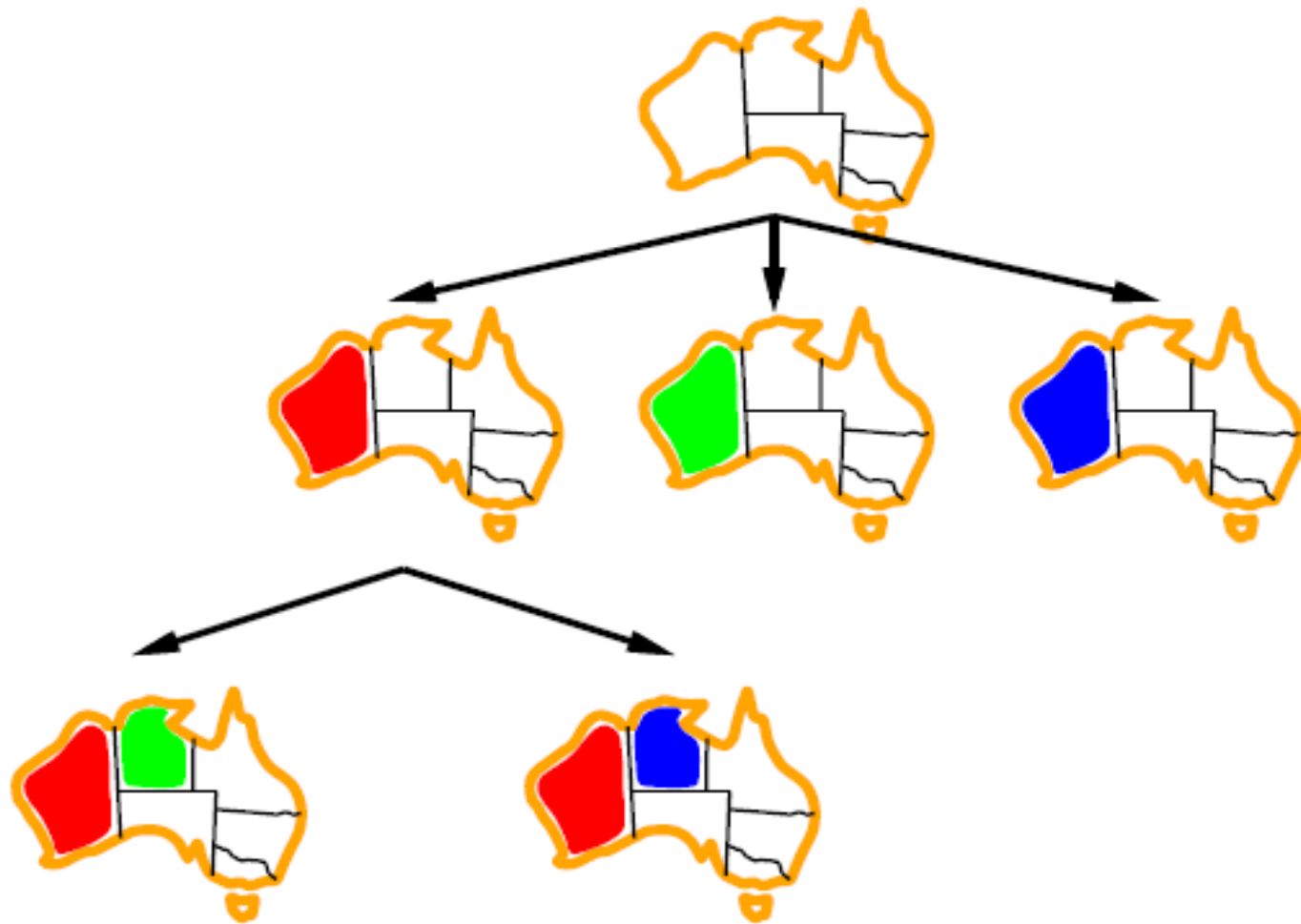
➤ انتخاب مقادیر یک متغیر در هر زمان و **عقبگرد** در صورت عدم وجود مقداری معتبر برای انتساب به متغیر.

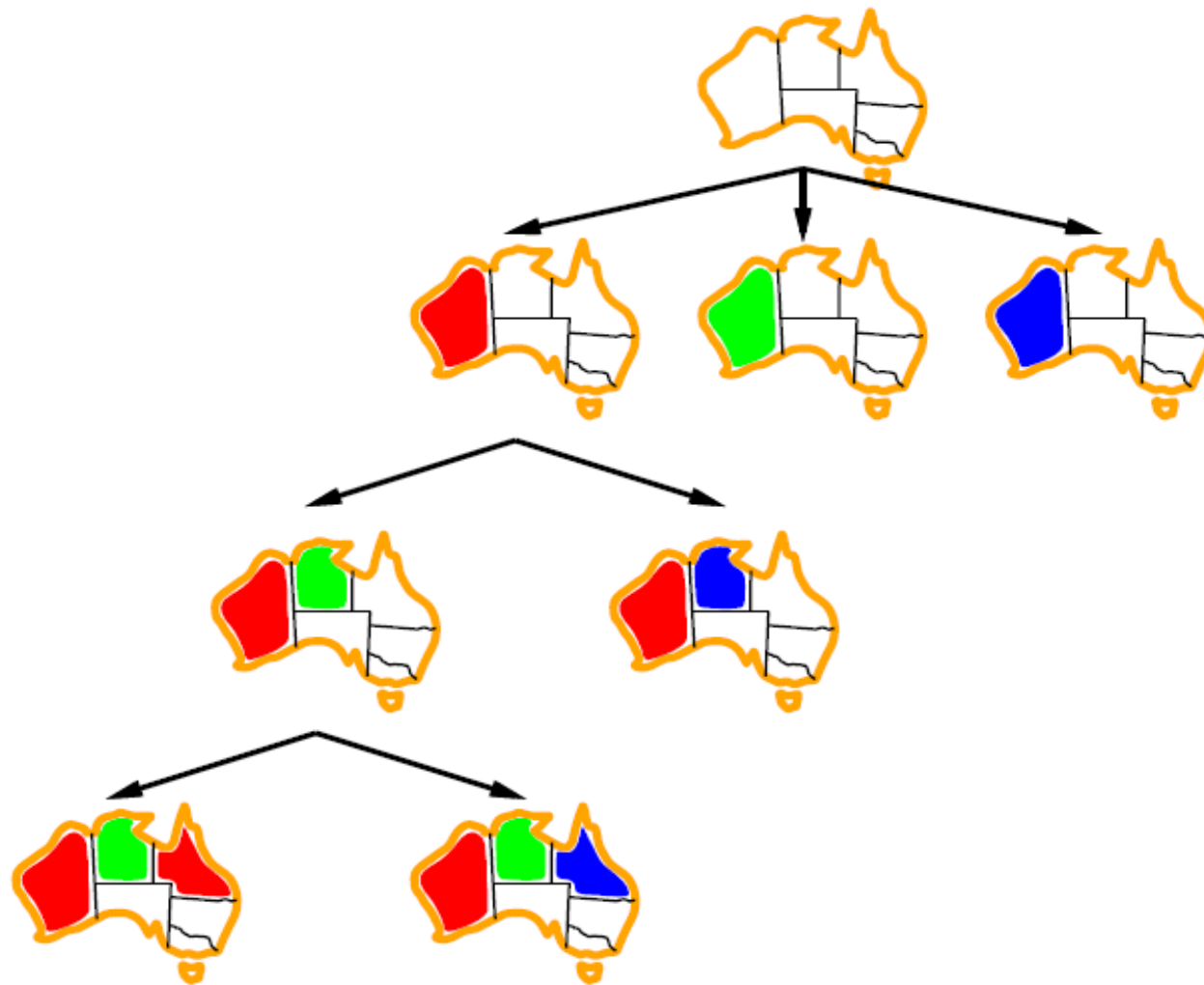
➤ یک الگوریتم ناآگاهانه است.

➤ برای مسئله های بزرگ کارآمد نیست!

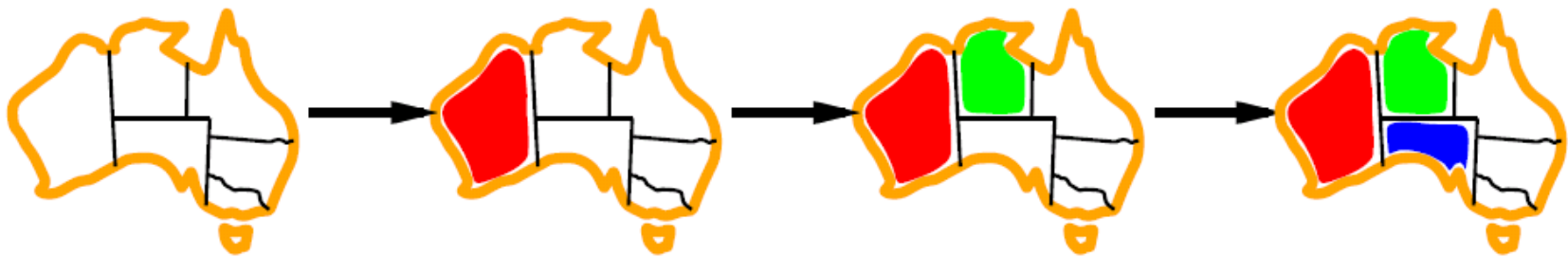






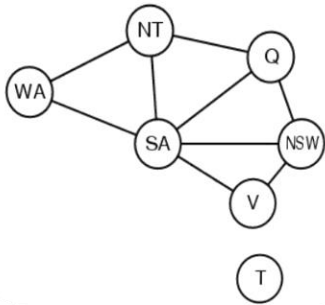


مقادیر باقیمانده کمینه (MRV)

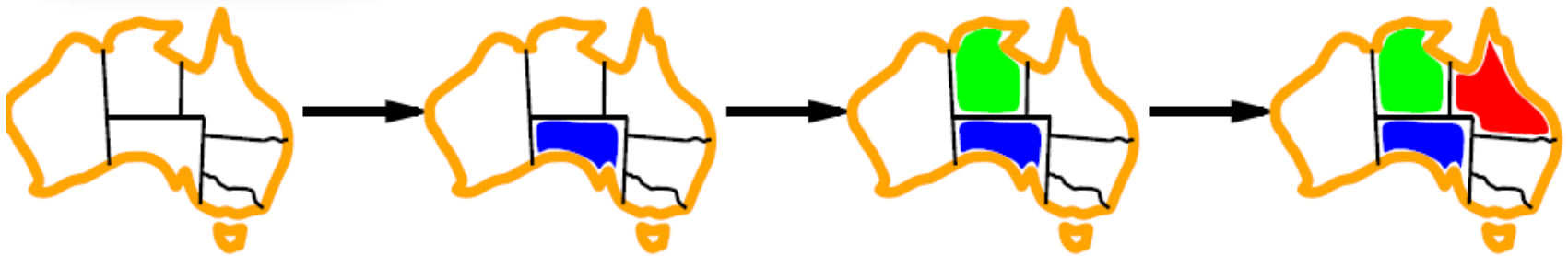


👉 انتخاب متغیری با کمترین مقادیر معتبر.

متغیری انتخاب می شود که به احتمال زیاد، بزودی با شکست مواجه شده و درخت جست و جو را هرس می کند.



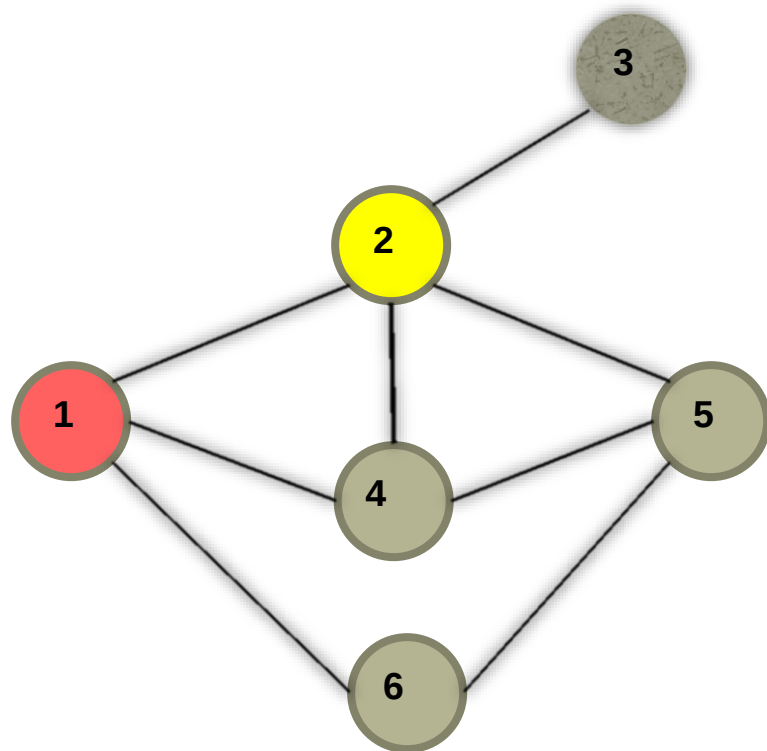
اکتشاف درجه ای

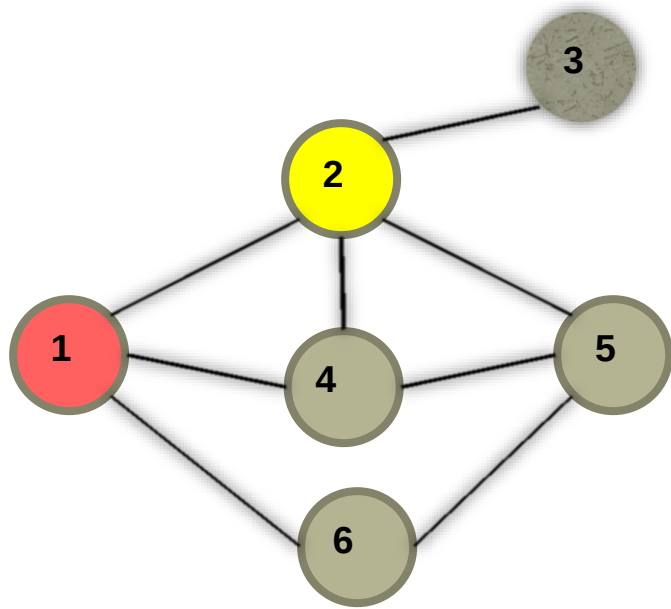


سعی می‌کند فاکتور انشعاب را در انتخاب آینده کم کند.

متغیری انتخاب می‌کند که در بزرگترین محدودیتهای مربوط به
متغیرهای بدون انتساب قرار دارد.

اگر با csp بخواهیم گراف زیر را تنها با سه رنگ ، رنگ کنیم پس از رنگ آمیزی راس ۱ و ۲ بهتر است کدام راس رنگ شود ؟





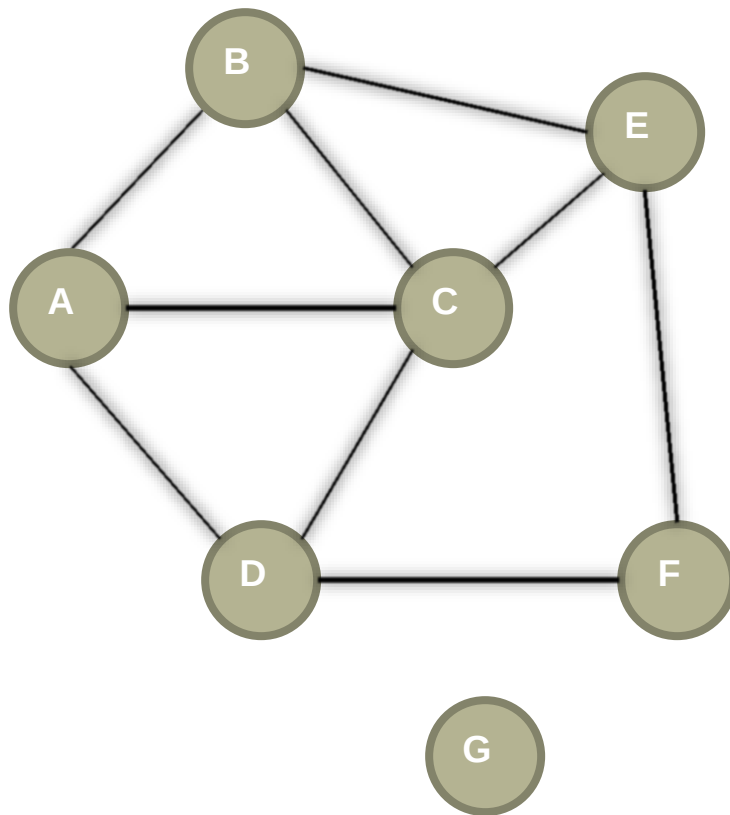
ابتدا از هیورستیک درجه استفاده می کنیم :

درجه گره ۳ = ۱ درجه گره ۴ = ۳ درجه گره ۵ = ۳ درجه گره ۶ = ۲

خوب حالا دو کاندید داریم گره ۴ و ۵ حالا از هیورستیک MRV استفاده می کنیم :

در این مورد گره ۴ را انتخاب می کنیم چون مقادیر کمتری در دامنه دارد .

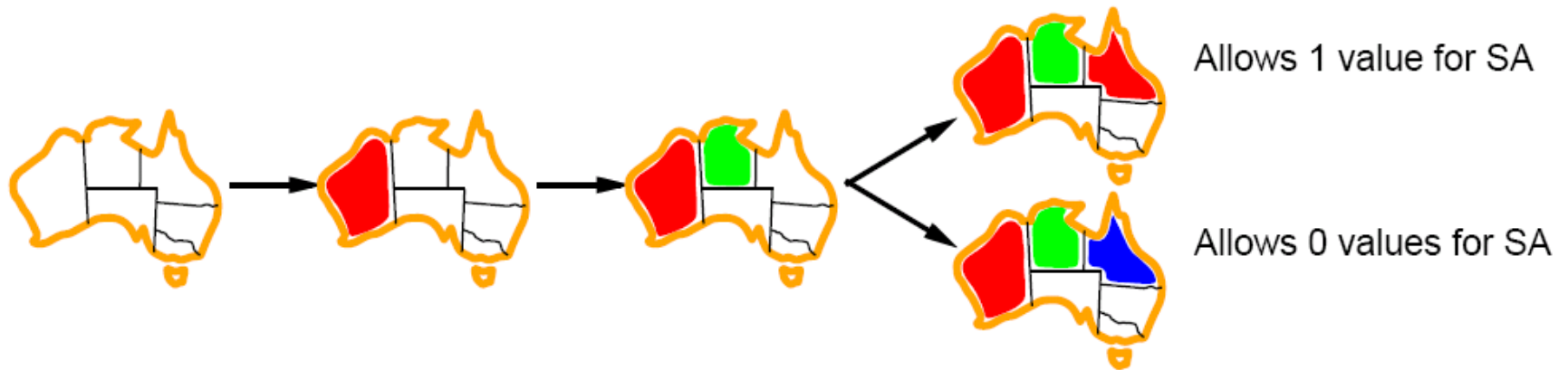
اگر با csp بخواهیم گراف زیر را تنها با سه رنگ ، رنگ کنیم کدام ۲ راس ابتدا بهتر است رنگ شود ؟



جواب :

$1=C$, $2=A$

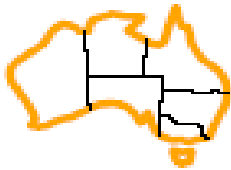
اکتشاف مقداری باکمترین محدودیت



این روش مقداری را ترجیح می دهد که در گراف محدودیت، متغیرهای همسایه به ندرت آن را انتخاب می کنند.

سعی بر ایجاد بیشترین قابلیت انعطاف برای انتساب بعدی متغیرها

بررسی پیشرو



WA

NT

Q

NSW

V

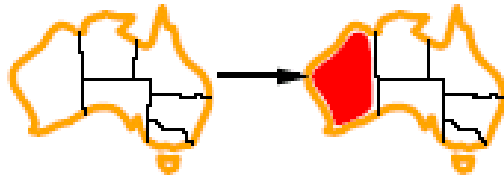
SA

T



وقتی انتساب به X صورت می‌گیرد، فرایند بررسی پیشرو، متغیرهای بدون انتساب مثل Y ای را در نظر می‌گیرد که از طریق یک محدودیت به X متصل است و هر مقداری را که با مقدار انتخاب شده برای X برابر است، از دامنه Y حذف می‌کند.

بررسی پیشرو



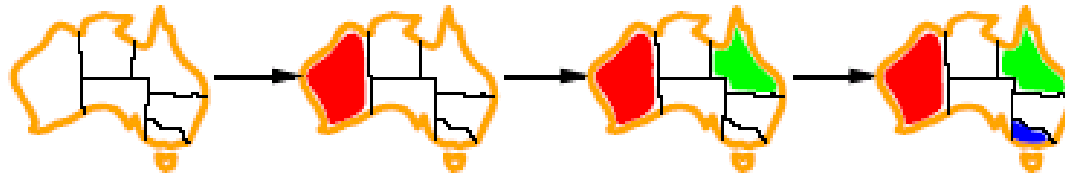
WA	NT	Q	NSW	V	SA	T

بررسی پیشرو



WA	NT	Q	NSW	V	SA	T

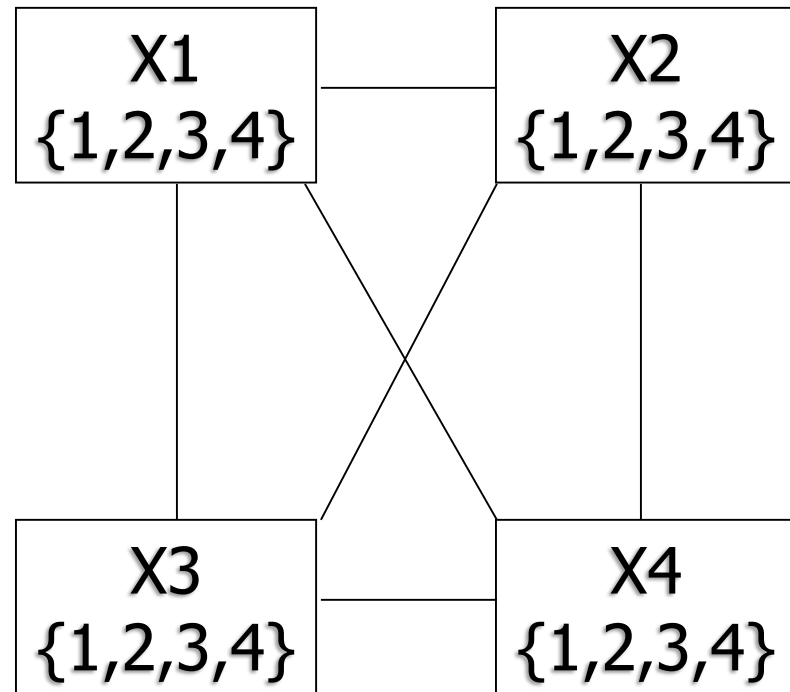
بررسی پیشرو



WA	NT	Q	NSW	V	SA	T

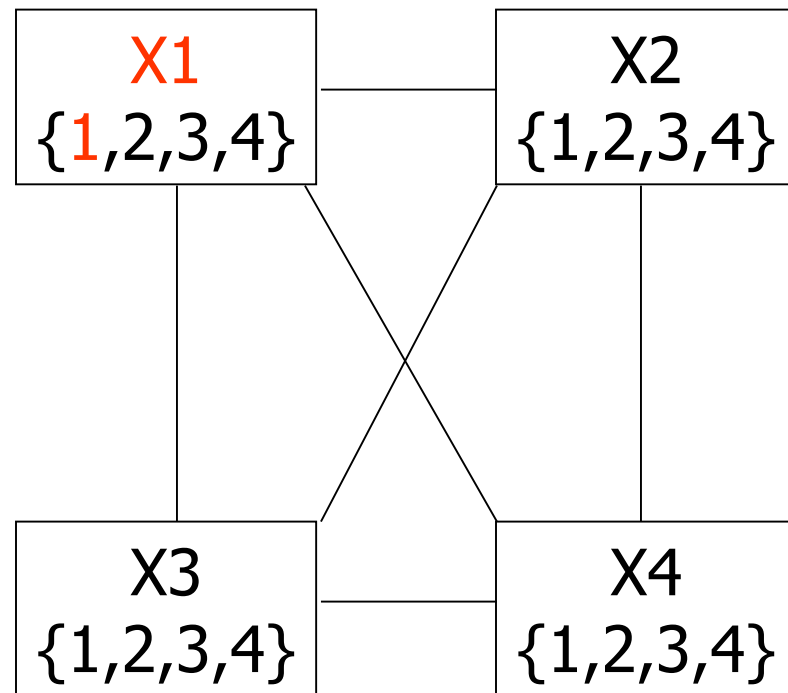
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				



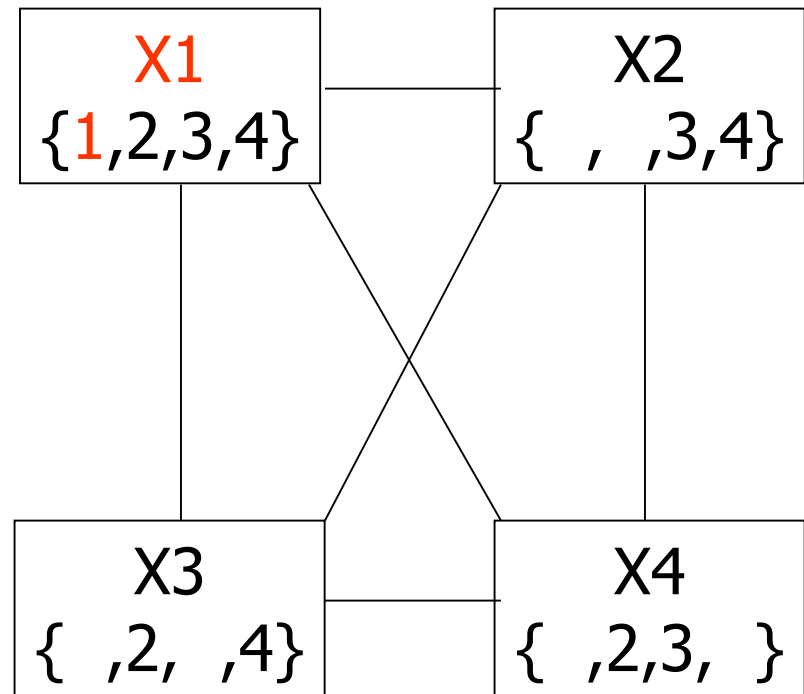
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				



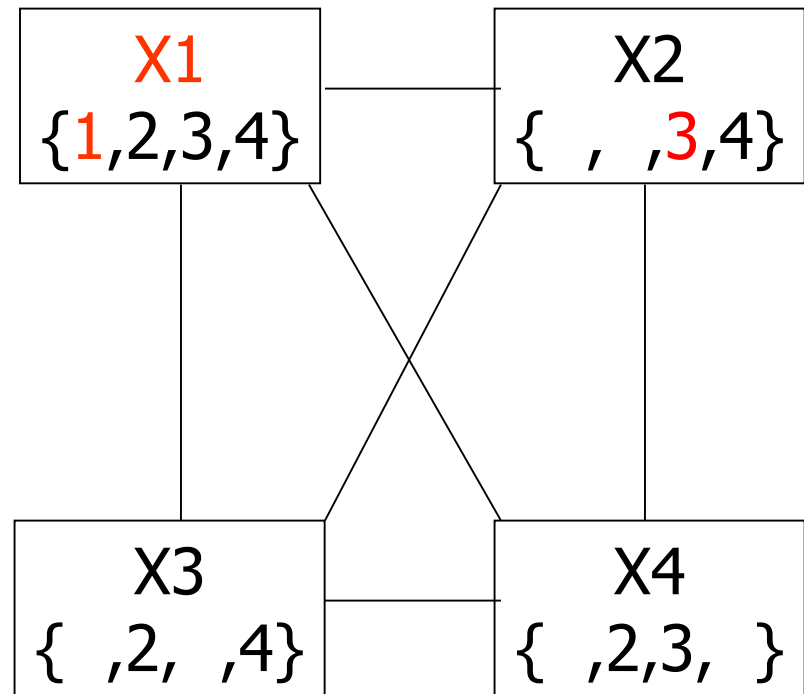
مثال: مسئله ٤- وزیر

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				



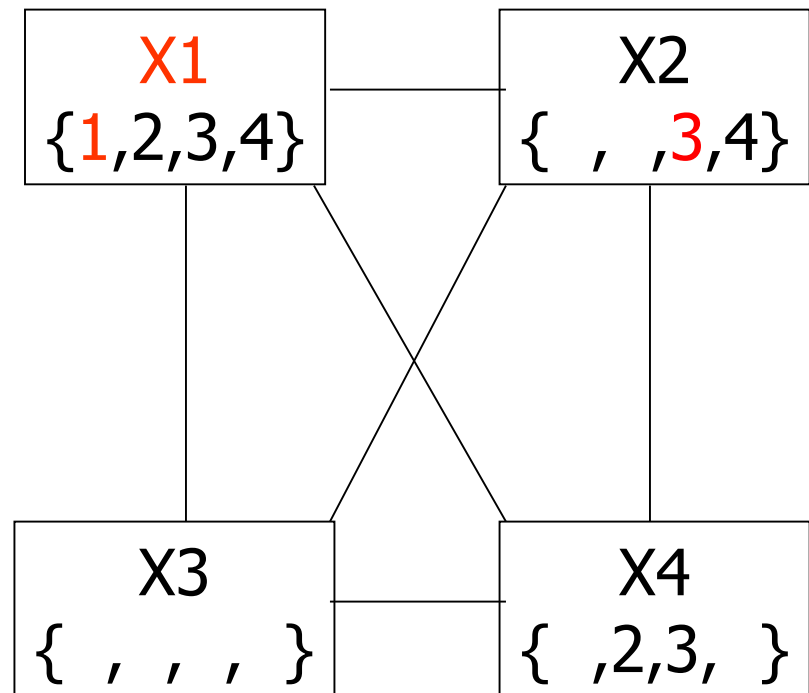
مثال: مسئله ٤- وزیر

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				



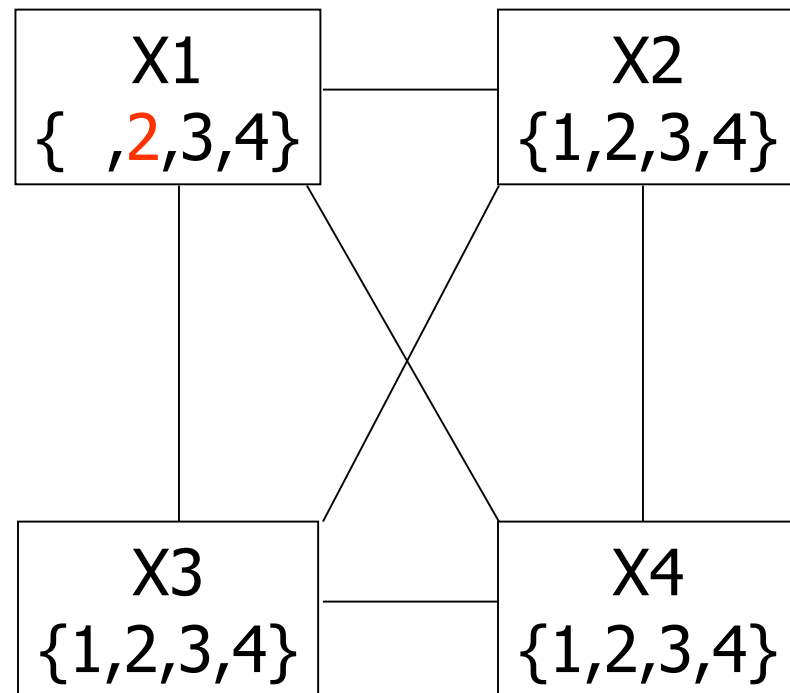
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●	●	
3		★	●	●
4			●	●



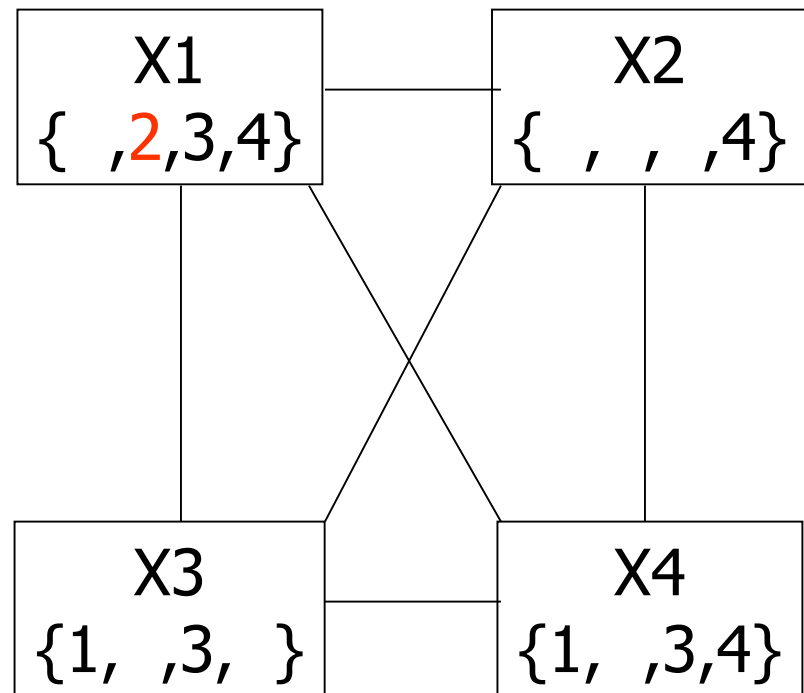
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1		●		
2	★	●	●	●
3		●		
4			●	



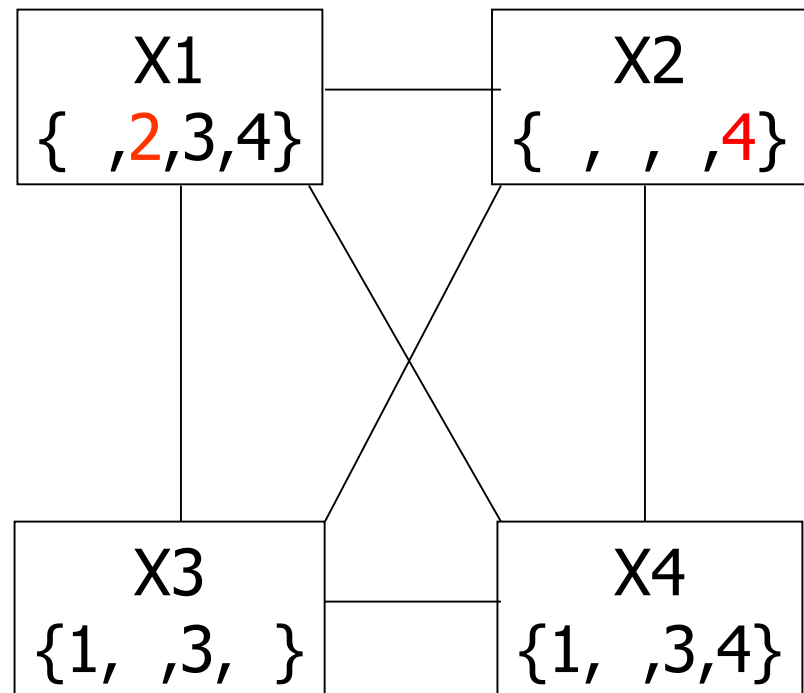
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1		●		
2	★	●	●	●
3		●		
4			●	



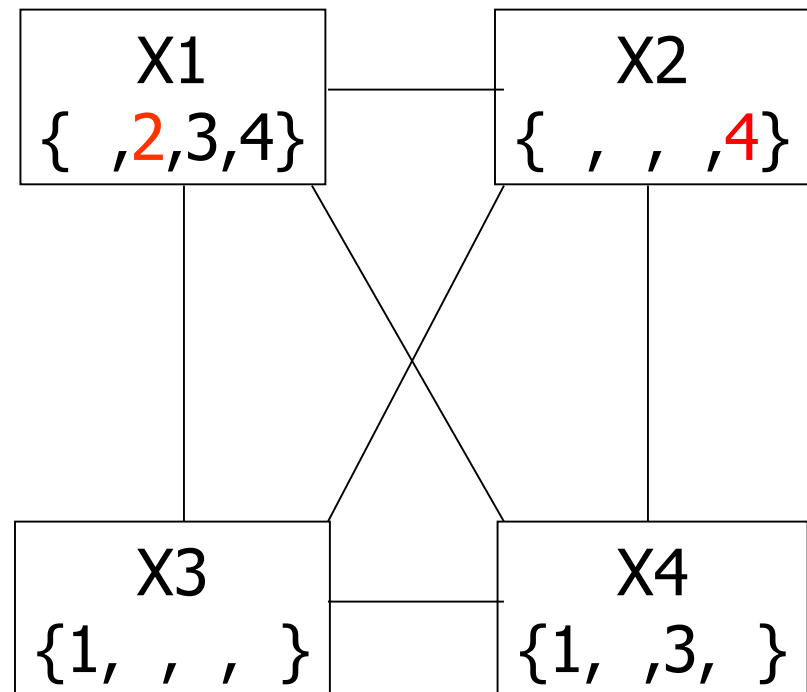
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1		●		
2	★	●	●	●
3		●	●	
4		★	●	●



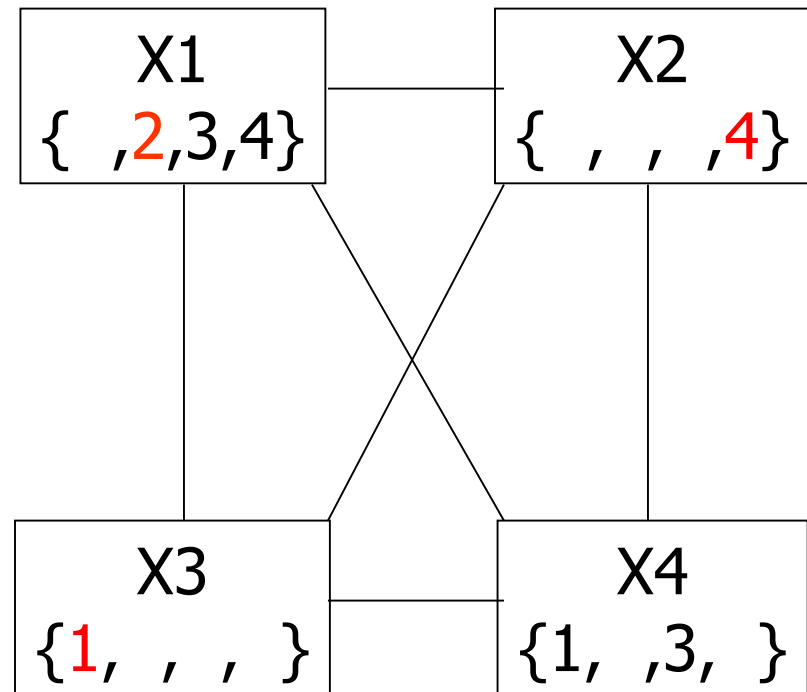
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1		●		
2	★	●	●	●
3		●	●	
4		★	●	●



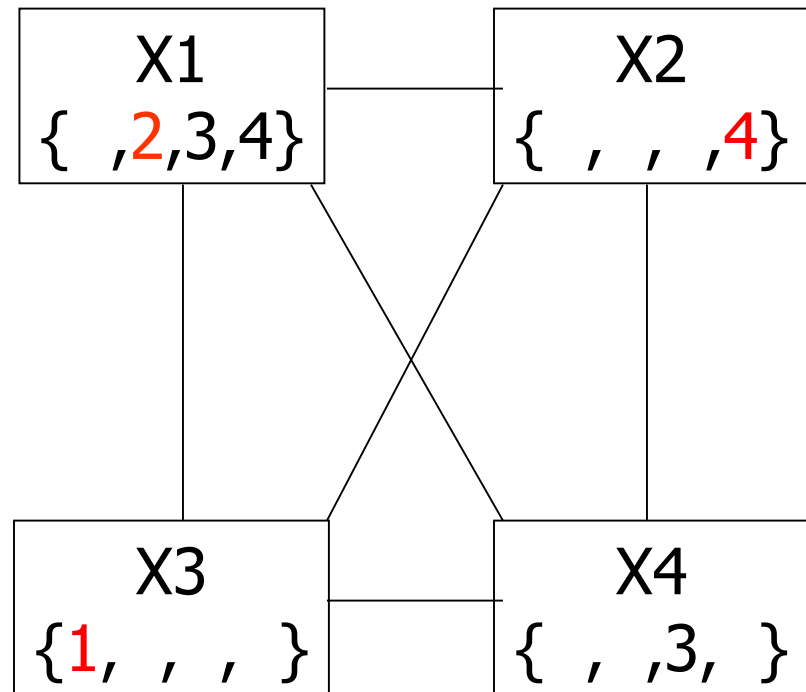
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1		●	★	●
2	★	●	●	●
3		●	●	
4		★	●	●



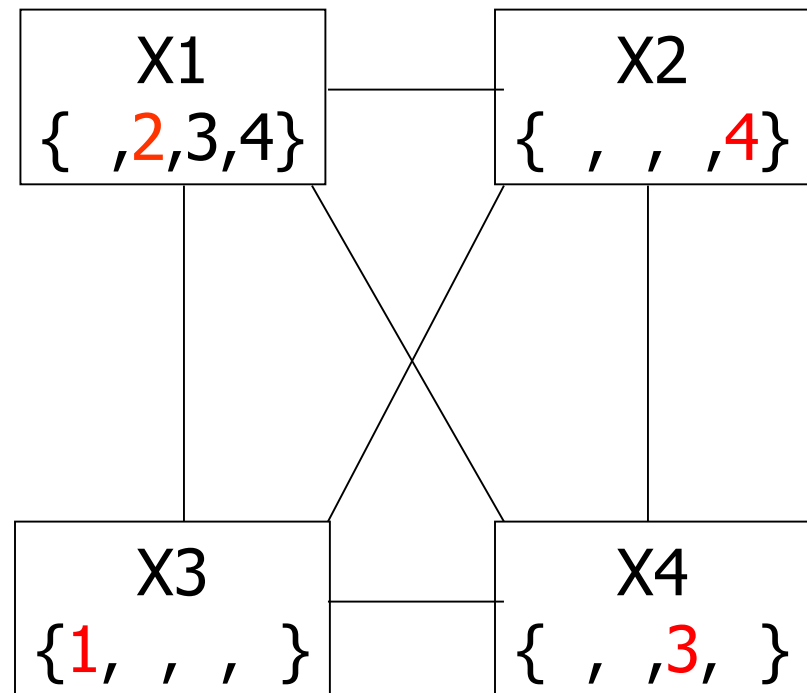
مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1		●	★	●
2	★	●	●	●
3		●	●	
4		★	●	●

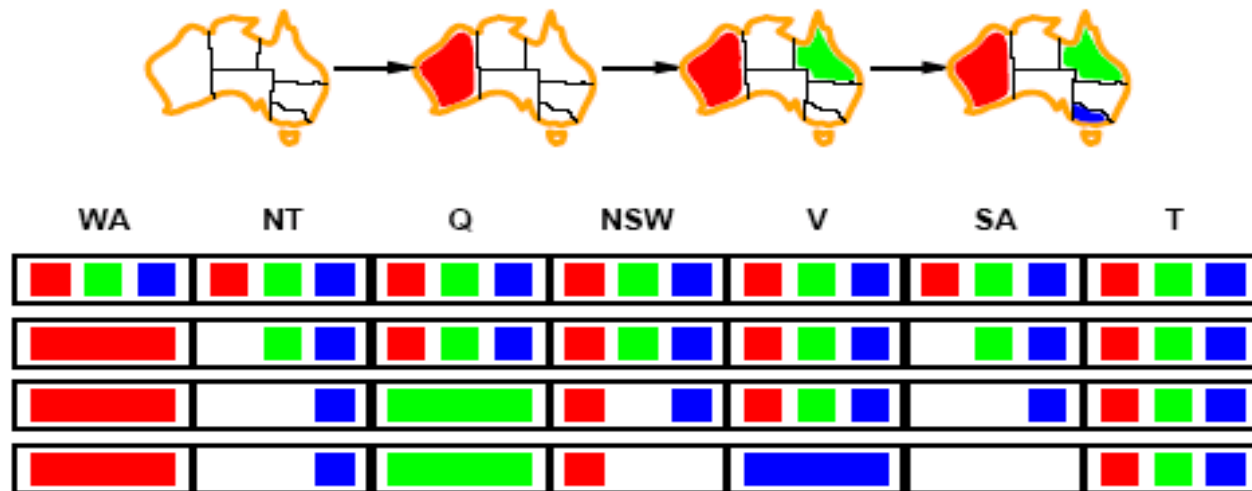


مثال: مسئله ۴- وزیر

	1	2	3	4
1		●	★	●
2	★	●	●	●
3		●	●	★
4	●	★	●	●



پخش محدودیت



پخش الزام محدودیتهای یک متغیر به متغیرهای دیگر

مثال: پخش محدودیتهای WA و Q به NT و SA

سازگاری یال

➤ روش سریعی برای پخش محدودیت و قویتر از بررسی پیشرو .

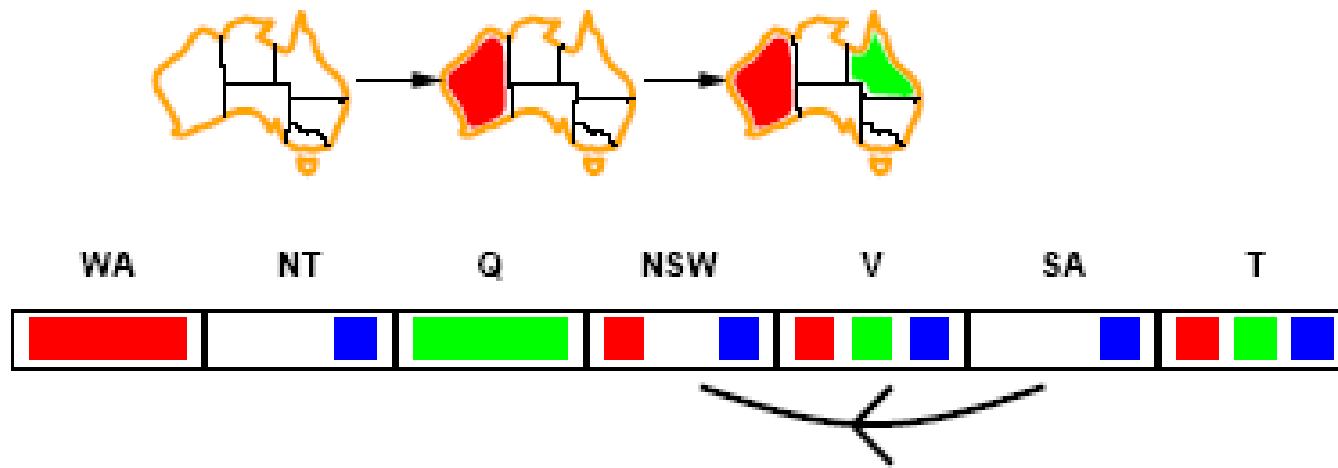
➤ یال ؛ یال جهت دار در گراف محدودیت.

➤ بررسی سازگاری یال

➤ یک مرحله پیش پردازش ، قبل از شروع جستجو و یا

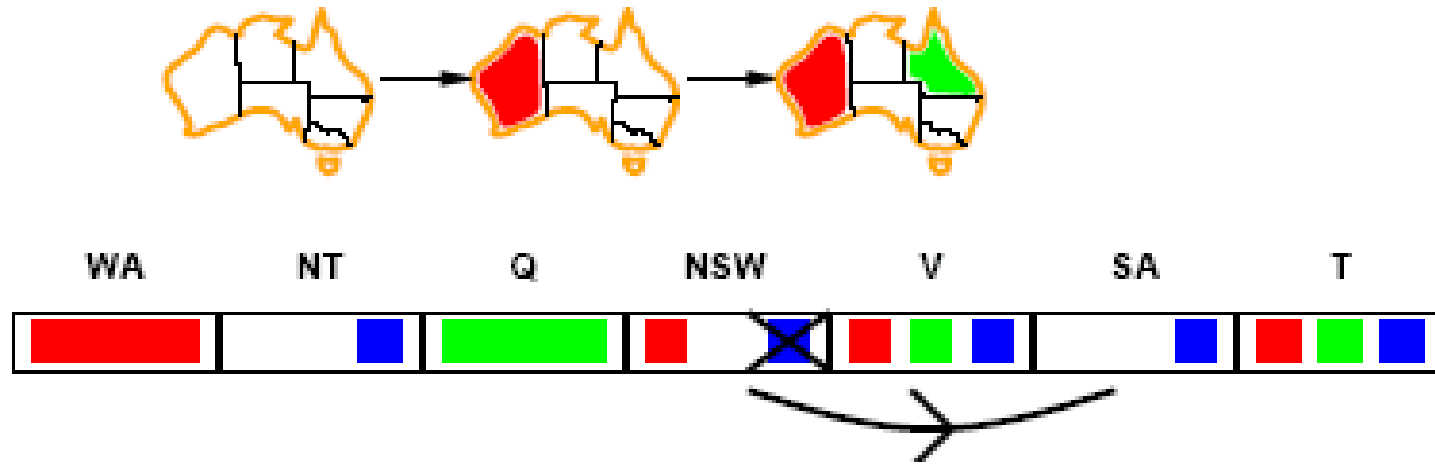
➤ یک مرحله پخشی پس از هر انتساب در حین جستجو

مثال: سازگاری یال



SA → NSW سازگار است اگر
SA=blue and NSW=red

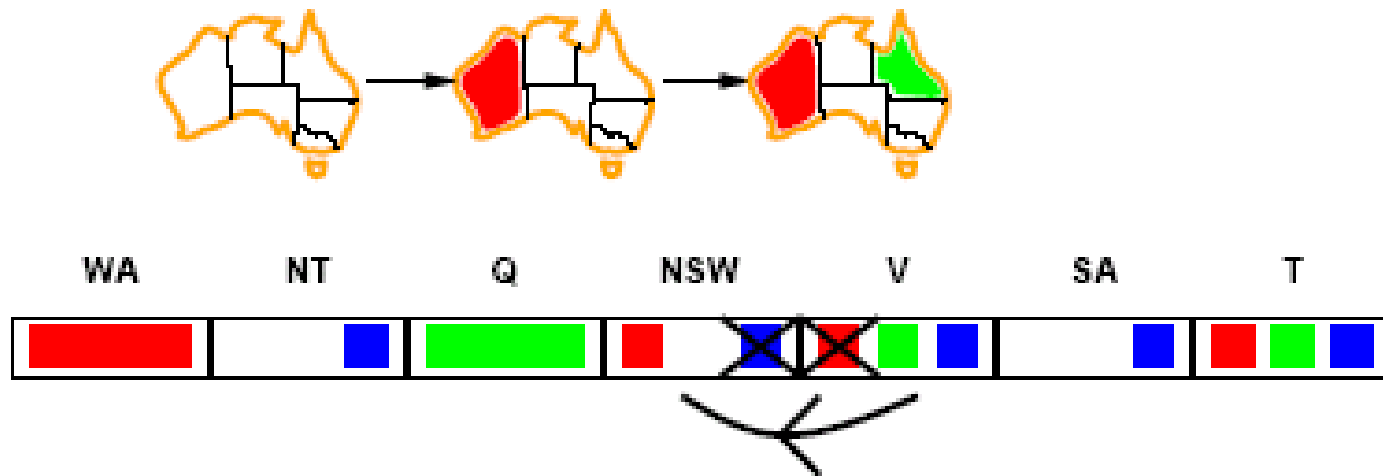
مثال: سازگاری یال



■ NSW → SA سازگار است اگر
SA=blue and NSW=red
NSW=blue and SA=???

■ یال می‌تواند سازگار شود با حذف blue از NSW

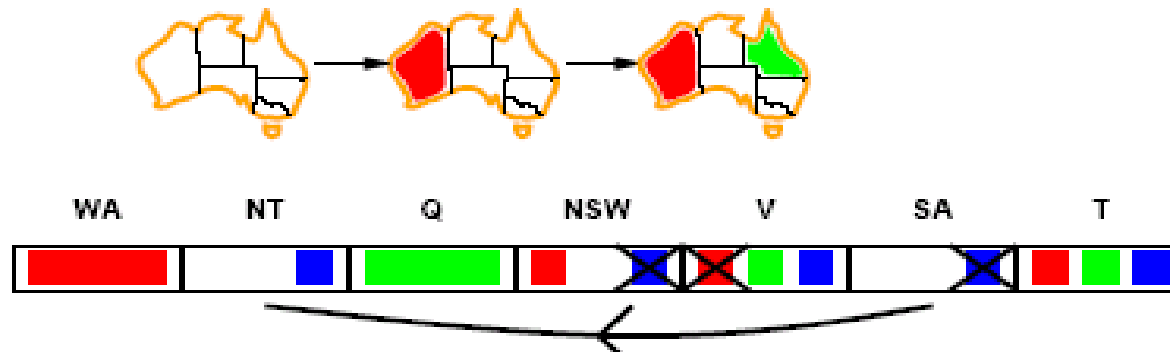
مثال: سازگاری یال



■ یال می تواند سازگار شود با حذف blue از NSW.

■ حذف red از V.

مثال: سازگاری یال



■ تکرار تا هیچ ناسازگاری باقی نماند.

سازگاری K

سازگاری یال تمام ناسازگاریهای ممکن را مشخص نمی‌کند.

با روش سازگاری K ، شکل‌های قویتری از پخش را می‌توان تعریف کرد.

در صورتی CSP سازگاری K است، که برای هر $k-1$ متغیر و برای هر انتساب سازگار با آن متغیرها، یک مقدار سازگار، همیشه بتواند به متغیر k ام نسبت داده شود.

سازگاری K

بطور مثال:

- سازگاری ۱: هر متغیر با خودش سازگار است (سازگاری گره).
- سازگاری ۲: مشابه سازگاری یال.
- سازگاری ۳: سازگاری مسیر.
- سازگاری k : تعریف شده.

گراف در صورتی **قویا سازگار K** است که:

- سازگار k باشد.
- همچنین سازگار $k-1$ و سازگار $k-2$ و... سازگار ۱ باشد.

در این صورت ، مسئله را بدون عقبگرد می توان حل کرد.

جست و جوی محلی در مسائل ارضای محدودیت

بسیاری از CSP ها را بطور کارآمد حل می کنند

حالت اولیه ، مقداری را به هر متغیر نسبت می دهد.

تابع جانشین ، تغییر مقدار یک متغیر در هر زمان.

انتخاب مقدار جدید برای یک متغیر

انتخاب مقداری که کمترین برخورد را با متغیرهای دیگر ایجاد کند (اکتشاف برخورد کم).

زمان اجرای برخورد کم مستقل از اندازه مسئله است.

برخورد کم ، برای مسئله های سخت نیز کار می کند.

جست و جوی محلی می تواند در صورت تغییر مسئله ، تنظیمات Online را انجام دهد.